



# فصل ۱

## راهبردهای حل مسئله

### راهبرد رسم شکل

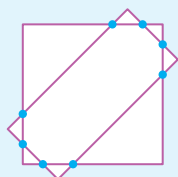


اگر شما ساعت‌ها در مورد یک منظره زیبا در طبیعت صحبت کنید و سعی کنید تمامی جزئیات آن را بیان کنید، باز هم نمی‌توانید به اندازه یک تصویر از آن محل، شنوندگان را با زیبایی‌های آن منظره آشنا کنید.

در حل مسائل ریاضی هم، رسم شکل (در صورت امکان) می‌تواند به حل مسئله کمک زیادی کند. گاهی فقط با رسم شکل، مسئله به‌طور کامل حل می‌شود.

**مثال** یک مربع و یک مستطیل، حداکثر در چند نقطه می‌توانند یکدیگر را قطع کنند؟

**پاسخ** ۸ نقطه



شکل رسم‌شده، نیازی نیست حتماً دقیق باشد، بلکه معمولاً رسم شکل تقریبی هم برای حل مسئله کافی است. پس از رسم شکل، بهتر است اطلاعات مسئله را نیز روی شکل پیاده کنیم.

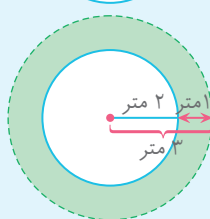
**مثال** می‌خواهیم تا فاصله یک متر دور یک حوض آب دایره‌ای شکل به شعاع ۲ متر را چمن بکاریم. مساحت زمینی را که باید چمن کاری

شود، محاسبه کنید. ( $\pi \approx 3$  = عدد پی)

**پاسخ**



حوض آب  $\pi \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$



$$\left. \begin{aligned} 3 \times 3 \times 3 = 27 &= \text{مساحت دایره بزرگ} \\ 2 \times 2 \times 3 = 12 &= \text{مساحت حوض} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{متر مربع } 27 - 12 = 15 = \text{مساحت قسمت چمن کاری شده}$$

در هر قسمت با رسم شکل، پاسخ مسئله را پیدا کنید.

۱ در یک صف، ۸ نفر جلوی احمد ایستاده‌اند.  $\frac{3}{4}$  این تعداد نیز پشت سر احمد ایستاده‌اند. این صف از چند نفر تشکیل

شده است؟



۲  $\frac{1}{4}$  مخزن سوخت یک خودرو پر است. اگر ۲۰ لیتر بنزین درون آن بریزیم، هنوز ظرفیت مخزن به اندازه ۷ لیتر بنزین جا دارد. کل مخزن چند لیتر ظرفیت دارد؟

۳ طول و عرض یک فرش به ترتیب ۴ و ۳ متر است. وقتی آن را در اتاق پهن می‌کنیم، از هر طرف دیوار ۵/۰ متر فاصله دارد. مساحت اتاق چند متر مربع است؟

۴ زمین کشاورزی مستطیل‌شکلی داریم، که روز اول  $\frac{1}{3}$ ، روز دوم  $\frac{1}{4}$  باقی‌مانده و روز سوم  $\frac{1}{4}$  باقی‌مانده آن را درو می‌کنیم. چه کسری از زمین کشاورزی هنوز درو نشده است؟

۵ یک مثلث، یک دایره و یک خط راست در یک صفحه رسم می‌کنیم. حداکثر در چند نقطه هر سه شکل مشترک خواهند بود؟

۶ در یک مسابقه دو، علی ۳۰ متر از رضا جلوتر است، محمد ۱۷ متر از علی عقب‌تر است، حسین ۸ متر از محمد جلوتر است. حسین چند متر از رضا جلوتر است؟

۷ علی و سایر دانش‌آموزان در حیاط مدرسه در صف‌هایی یکسان ایستاده‌اند، به طوری که ۴ نفر جلوی علی، ۲ نفر پشت سر او، ۳ نفر سمت راست او و ۴ نفر سمت چپ او ایستاده‌اند. چند نفر در حیاط مدرسه به صف ایستاده‌اند؟

### راهبرد الگوسازی

به مسئله زیر دقت کنید:

به چند حالت می‌توان خانه‌های جدول 

--	--

 را با حروف A، B، C و D پر کرد؟

برای حل این نوع مسائل، نیاز داریم تا تمام حالت‌ها را محاسبه کنیم. برای اینکه هیچ حالتی را از قلم نیندازیم یا حالتی را تکراری ننویسیم، بهتر است حالت‌ها را با یک **نظم و ترتیب** یا با یک **الگوی مشخص** بنویسیم. به این کار **الگوسازی** گفته می‌شود.



خانه سمت چپ A باشد:

A	A
A	B
A	C
A	D

خانه سمت چپ B باشد:

B	A
B	B
B	C
B	D

خانه سمت چپ C باشد:

C	A
C	B
C	C
C	D

خانه سمت چپ D باشد:

D	A
D	B
D	C
D	D

در راهبرد الگوسازی، برای نوشتن راحت‌تر همه حالت‌ها، می‌توانیم از جدول نظام‌دار نیز استفاده کنیم. از آنجایی که در این راهبرد با استفاده از نظم و ترتیب در نوشتن حالت‌ها، به مسئله پاسخ می‌دهیم، به این راهبرد، «تفکر نظام‌دار» نیز گفته می‌شود.

**مثال** تعداد زیادی سکه ۱۰۰ و ۲۰۰ تومانی در اختیار داریم. به چند حالت می‌توانیم هزینه یک کالای ۱۰۰۰ تومانی را پرداخت کنیم؟

پاسخ



تعداد سکه ۲۰۰ تومانی	تعداد سکه ۱۰۰ تومانی	مبلغ
۰	۱۰	$۰ \times ۲۰۰ + ۱۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$
۱	۸	$۱ \times ۲۰۰ + ۸ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$
۲	۶	$۲ \times ۲۰۰ + ۶ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$
۳	۴	$۳ \times ۲۰۰ + ۴ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$
۴	۲	$۴ \times ۲۰۰ + ۲ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$
۵	۰	$۵ \times ۲۰۰ + ۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰$

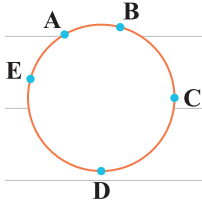
۸ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها، کمترین مقدار باشد. (از جدول زیر کمک بگیرید.)

حاصل جمع	حاصل ضرب	دومین عدد	اولین عدد
	۳۶		
	۳۶		
	۳۶		
	۳۶		
	۳۶		

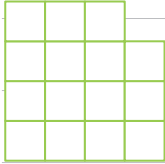




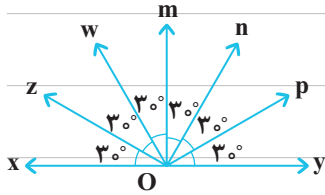
۱۳ با نقاط روی دایره، چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟



۱۴ در شکل مقابل، چند مربع وجود دارد؟ (با هر طول ضلعی)



۱۵ در شکل مقابل، چند زاویه  $90^\circ$  وجود دارد؟ نام آنها را بنویسید.



۱۶ چند عدد طبیعی کوچک‌تر از  $3000$  داریم، که مجموع ارقام آنها  $2$  باشد؟

### راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

در راهبرد الگوسازی، آموختیم که چگونه همه حالت‌های ممکن را برای یک رویداد بنویسیم. در برخی مسائل، همه حالت‌ها مورد نظر ما نیستند و باید با توجه به شرایط مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنیم تا پاسخ مسئله را به دست آوریم.

**مثال** مجموع دو عدد طبیعی  $15$  و حاصل ضرب آنها  $36$  است. آن دو عدد طبیعی را بیابید. (اعداد طبیعی:  $1, 2, 3, 4, \dots$ )  
**پاسخ** برای حل این مسئله، ابتدا با کمک الگوسازی، همه حالت‌هایی را که مجموع دو عدد طبیعی  $15$  است پیدا می‌کنیم و سپس حالت‌هایی را که ضرب آنها  $36$  نمی‌شود، حذف می‌کنیم.

عدد اول	عدد دوم
۱	۱۴
۲	۱۳
۳	۱۲
۴	۱۱
۵	۱۰
۶	۹
۷	۸

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۱۴	۱۴ ✗
۲	۱۳	۲۶ ✗
۳	۱۲	۳۶ ✓
۴	۱۱	۴۴ ✗
۵	۱۰	۵۰ ✗
۶	۹	۵۴ ✗
۷	۸	۵۶ ✗

(حذف حالت‌های نامطلوب)



۱۷ مجموع تعداد شکلات‌های ارسلان، اسفندیار و بهنام ۸ تا است. اگر بدانیم حاصل ضرب تعداد شکلات‌های آنها ۱۲ است،

تعداد شکلات‌های آنها چقدر می‌تواند باشد؟

حاصل ضرب	حاصل جمع	بهنام	اسفندیار	ارسلان

۱۸ اگر بدانیم دو ضلع مثلثی ۵ و ۷ هستند، طول ضلع دیگر مثلث (که آن هم عدد صحیح است) کدام یک از اعداد زیر

می‌تواند باشد؟ (در هر مثلث مجموع طول دو ضلع کوچک‌تر، از طول ضلع بزرگ‌تر، بیشتر است.)

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲

۱۹ می‌خواهیم با ضرب اعداد ۲ و ۵ (به هر تعداد که لازم باشد)، عددی بین ۱۰۰ و ۲۰۰ ایجاد کنیم. چند عدد می‌توانیم بسازیم؟

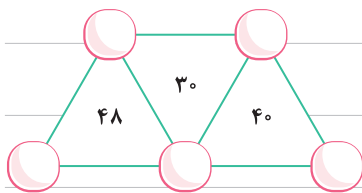
۲۰ ۱۳ سکه داریم. می‌خواهیم آنها را به ۳ دسته تقسیم‌بندی کنیم، به صورتی که تعداد سکه‌های هیچ کدام از دسته‌ها، عدد

زوج نباشد. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

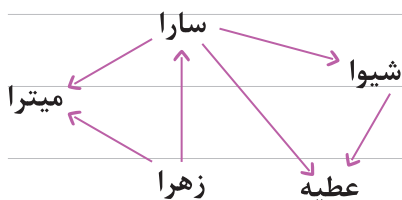
۲۱ در یک کیسه ۱۰ مهره سیاه و ۱۸ مهره سفید وجود دارد. در هر ساعت ۴ مهره سیاه و ۲ مهره سفید به آن اضافه می‌کنیم.

پس از چند ساعت تعداد مهره‌های سیاه و سفید با هم برابر می‌شوند و از هر کدام چند مهره درون کیسه خواهد بود؟





۲۲ اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۸ را طوری درون دایره‌ها قرار دهید که حاصل ضرب دایره‌های هر مثلث، برابر با عدد نوشته شده درون آن باشد.



۲۳ اگر {ملینا → مینا} به معنی این باشد که مینا از ملینا بلند قدتر است،

در شکل زیر بلند قدترین فرد چه کسی است؟

۲۴ می‌خواهیم حروف کلمه «هفتم» را به صورتی درون جدول زیر قرار دهیم که در هر سطر و هر ستون، از هر حرف فقط

یک بار استفاده شده باشد (مانند جدول پر شده). به جای علامت سؤال چه حرفی قرار می‌گیرد؟

ت			م	م	ت	ف	ه
	ت			ه	ف	ت	م
ف	ه			ف	ه	م	ت
		?	ف	ت	م	ه	ف

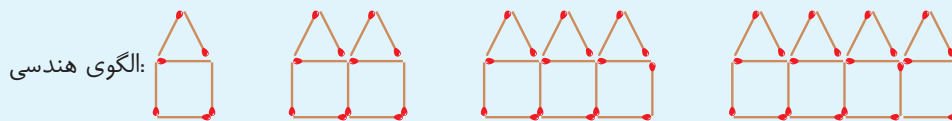
۲۵ حاصل ضرب دو عدد یک رقمی متفاوت، عددی دو رقمی شده است که رقم یکان آن ۶ است. جمع این دو عدد، چند

می‌تواند باشد؟ تمام حالت‌ها را بنویسید.

### راهبرد الگویابی

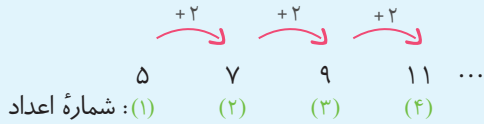
گاهی در مسائل ریاضی به دنباله‌های (رشته‌های) عددی یا هندسی (شکلی) برخورد می‌کنیم که به آنها، الگوهای عددی و هندسی (شکلی) می‌گوییم. اگر بین این اعداد یا شکل‌ها، رابطه خاصی وجود داشته باشد، می‌توانیم با پیدا کردن آنها، پاسخ مسئله را بیابیم. نمونه‌هایی از الگوهای عددی و هندسی:

الگوی عددی: ۵, ۷, ۹, ۱۱, ...



الگوهایی که با یک مقدار ثابت، افزایش یا کاهش می‌یابند: در برخی الگوهای عددی و هندسی، اعداد با یک مقدار ثابت افزایش یا کاهش می‌یابند (فاصله بین اعداد، ثابت است). در این الگوها می‌توانیم رابطه را با کمک شماره عدد یا شکل و فاصله بین اعداد پیدا کنیم.

به عنوان مثال، می‌خواهیم صدمین عدد الگوی زیر را بیابیم:



در این الگو، اعداد ۲ واحد ۲ واحد افزایش می‌یابند (فاصله بین اعداد برابر با ۲ است):

شماره عدد	۱	۲	۳	۴	...
عدد	۵	۷	۹	۱۱	...
رابطه	$2 \times 2 + 1$	$3 \times 2 + 1$	$4 \times 2 + 1$	$5 \times 2 + 1$	...

مشاهده می‌کنید که رابطه محاسبه هر عدد، به صورت زیر است:

$$(1 + \text{شماره عدد}) \times 2 + 1$$

$$\text{صدمین عدد} = \underbrace{(100 + 1)}_{101} \times 2 + 1 = 202 + 1 = 203$$

الگوهایی که با یک مقدار ثابت، افزایش یا کاهش نمی‌یابند: در این الگوها روش خاصی برای یافتن الگو وجود ندارد. اما معمولاً بین عدد و شماره آن، یک رابطه خاص وجود دارد. (این موضوع همیشه برقرار نیست. مثلاً در الگوی ... و ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ... نمی‌توان بین عددها و شماره‌های آنها رابطه‌ای یافت.)

به عنوان مثال، عدد بیستم الگوی مقابل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$9, 16, 25, 36, \dots$$

شماره عدد	۱	۲	۳	۴	...
عدد	۹	۱۶	۲۵	۳۶	...
رابطه	$(1+2) \times (1+2)$	$(2+2) \times (2+2)$	$(3+2) \times (3+2)$	$(4+2) \times (4+2)$	...

مشاهده می‌کنید که رابطه هر عدد با شماره آن، به صورت زیر است:

$$(2 + \text{شماره عدد}) \times (2 + \text{شماره عدد}) = \text{عدد مورد نظر}$$

$$\text{عدد بیستم} = (20 + 2) \times (20 + 2) = 22 \times 22 = 484$$

۲۶ در هر الگوی عددی، ۳ عدد بعدی را بنویسید.

الف) ۱, ۷, ۱۳, ۱۹, ...

ب) ۵, ۱۱, ۲۳, ۴۷, ...

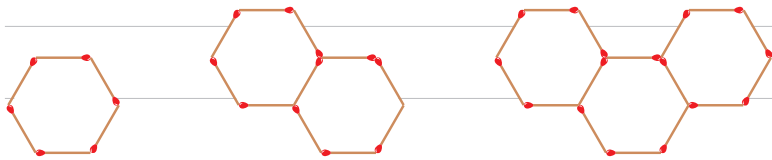
ج)  $\frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{27}{64}, \dots$

۲۷ در هر الگو، عدد خواسته شده را به دست آورید.

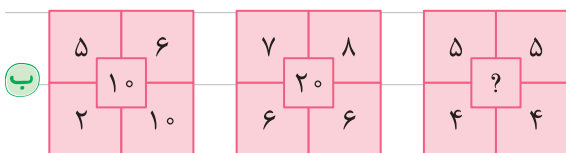
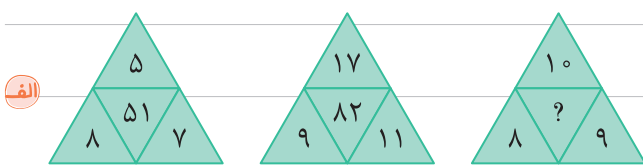
الف) ۹, ۱۳, ۱۷, ... → چهارمین عدد =

ب) ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ... → هفدهمین عدد =

۲۸ با توجه به الگوی زیر، در شکل چهل و هشتم، از چند چوب کبریت استفاده می‌شود؟



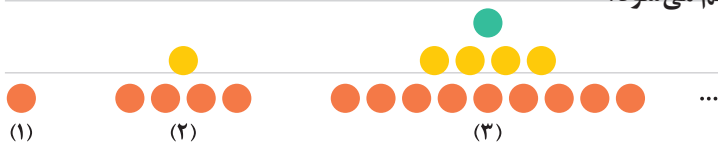
۲۹ در هر الگو، مشخص کنید به جای علامت سؤال، چه عددی قرار می‌گیرد؟



۳۰ اگر نوشتن عدد زیر را ادامه دهیم، سی‌امین رقم چند خواهد بود؟ (دقت کنید که ارقام چندتا چندتا تکرار می‌شوند).

۳۷۵۸۹۳۷۵۸۹۳۷۵۸۹

۳۱ در پایین‌ترین ردیف شکل هفدهم، چند دایره رسم می‌شود؟



۳۲ با توجه به الگوی زیر، حاصل ضرب خواسته‌شده را بنویسید.

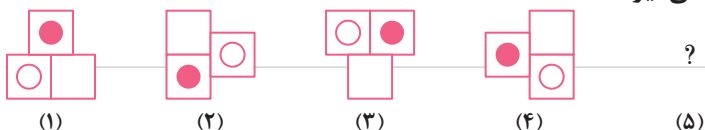
$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = \dots$$

۳۳ در الگوی زیر، به جای علامت سؤال چه شکلی قرار می‌گیرد؟



**راهبرد حدس و آزمایش**

برخی مواقع به دلایلی مانند نبودن راه حلّ مستقیم برای حلّ مسئله، یا کم بودن اطلاعات ما برای حلّ مسئله و یا پیچیده و طولانی بودن راه حلّ مسئله، امکان پاسخ دادن به مسئله وجود ندارد. در این حالت می‌توانیم مراحل زیر را طی کنیم.

**مرحله اول:** پاسخ احتمالی مسئله را حدس می‌زنیم.

**مرحله دوم:** با توجه به شرایطی که مسئله به آنها اشاره کرده است، پاسخی را که حدس زده‌ایم بررسی می‌کنیم.

**مرحله سوم:** با توجه به بررسی‌های انجام شده، حدس خود را اصلاح می‌کنیم و حدس بعدی را آزمایش می‌کنیم و به همین صورت ادامه می‌دهیم تا به پاسخ نهایی برسیم.

**مثال** در یک توقفگاه ۲۰ خودروی سواری و دوچرخه وجود دارد. اگر تعداد چرخ‌های آنها روی هم ۶۶ چرخ باشد، در این توقفگاه چند دوچرخه وجود دارد؟

**پاسخ** مرحله اول: حدس اولیه

مرحله دوم:  $10 \times 4 + 10 \times 2 = 60$  = تعداد چرخ‌ها با توجه به حدس اولیه

با بررسی حدس اولیه دیدیم، تعداد چرخ‌ها کمتر از ۶۶ شد، بنابراین باید تعداد خودروها بیشتر از ۱۰ تا باشد.

مرحله سوم:  $11 \times 4 + 9 \times 2 = 62$  → ۱۱ خودرو و ۹ دوچرخه : حدس (۲)

$12 \times 4 + 8 \times 2 = 64$  → ۱۲ خودرو و ۸ دوچرخه : حدس (۳)

$13 \times 4 + 7 \times 2 = 66$  → ۱۳ خودرو و ۷ دوچرخه : حدس (۴)

**پاسخ نهایی مسئله:** ۱۳ خودرو و ۷ دوچرخه

این مراحل را می‌توانیم در یک جدول نظام‌دار بنویسیم.

حدس‌ها		بررسی	نتیجه
تعداد خودروها	تعداد دوچرخه‌ها		
۱۰	۱۰	$10 \times 4 + 10 \times 2 = 60$	✗
۱۱	۹	$11 \times 4 + 9 \times 2 = 62$	✗
۱۲	۸	$12 \times 4 + 8 \times 2 = 64$	✗
۱۳	۷	$13 \times 4 + 7 \times 2 = 66$	✓

۳۴ در یک سفینه ۱۶ فضای وجود دارند. بعضی از آنها سه چشم و بعضی دیگر چهار چشم دارند. اگر تعداد کل چشم‌های

آنها ۵۸ تا باشد، چند آدم فضایی سه چشم و چند آدم فضایی چهار چشم در سفینه وجود دارند؟

تعداد ۳ چشمی	تعداد ۴ چشمی	بررسی آزمایش

۳۵ ۱۱ برابر کدام اعداد طبیعی بین ۸۰ و ۱۳۰ قرار دارند؟

۳۶ یک عددی طبیعی بیابید که حاصل ضرب آن در خودش، ۳۰ واحد از خودش بزرگ تر باشد.

۳۷ به جای مربع‌ها، چه عددی را می‌توان قرار داد؟ (در مربع‌های هم‌رنگ اعداد یکسان قرار می‌گیرند).

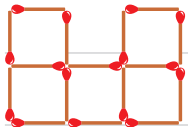
الف)  $5 \times \square + 3 \times \square = 56$

ب)  $35 - 2 \times \square = 5 \times \square$

۳۸ به جای  $\square$ ،  $\circ$  و  $\triangle$ ، رقم‌هایی قرار دهید تا جمع زیر صحیح باشد (در شکل‌های یکسان، رقم‌های یکسان قرار دهید).

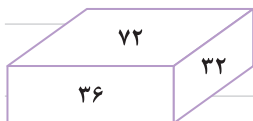
$$\begin{array}{r} \triangle \square \circ \\ + \square \circ \triangle \\ \hline 978 \end{array}$$

۳۹ با جابه‌جایی ۳ چوب‌کبریت، کاری کنید که در شکل فقط ۴ مربع کوچک داشته باشیم.



۴۰ مساحت سه وجه یک مکعب مستطیل را روی آن نوشته‌ایم. ابتدا اندازه طول، عرض و ارتفاع آن را حدس بزنید و سپس

حجم آن را محاسبه کنید.





۴۱ در یک کیسه ۴۱ توپ به رنگ‌های سفید، سبز و قرمز داریم. تعداد توپ‌های سفید ۹ برابر تعداد توپ‌های سبز است و تعداد توپ‌های قرمز کمتر از توپ‌های سفید و بیشتر از توپ‌های سبز است. تعداد هر کدام از رنگ‌ها را مشخص کنید.

### راهبرد زیرمسئله

در مسئله‌های پیچیده که از قسمت‌ها و مراحل مختلفی تشکیل شده‌اند، بهتر است مسئله را به چند مسئله کوچک‌تر و ساده‌تر تبدیل کنیم. با حل این مسئله‌های کوچک، می‌توانیم به پاسخ مسئله اصلی برسیم.

**مثال** یک میوه‌فروش ۶۰ کیلوگرم سیب خریداری کرد و برای هر کیلوگرم، ۴۰۰۰ تومان پرداخت نمود. او هر کیلوگرم از  $\frac{1}{3}$  سیب‌ها را با ۳۰۰۰ تومان سود و هر کیلوگرم از بقیه سیب‌ها را با ۱۰۰۰ تومان ضرر فروخت. او در کل چند تومان سود یا ضرر کرده است؟

**پاسخ** ابتدا مسئله را به چندین مسئله کوچک تقسیم می‌کنیم و سپس آنها را حل می‌کنیم:

**الف** او در کل چند تومان برای خرید سیب‌ها هزینه کرده است؟  
تومان  $60 \times 4000 = 240000$

**ب** سیب‌ها برابر با چند کیلوگرم سیب می‌شود؟  
کیلوگرم  $\frac{1}{3} \times 60 = 20$

**ج** او ۲۰ کیلوگرم سیب را به چه قیمتی فروخته است و چقدر از آن درآمد به‌دست آورده است؟

تومان  $4000 + 3000 = 7000 =$  قیمت فروش هر کیلوگرم

تومان  $20 \times 7000 = 140000 =$  درآمد

**د** بقیه سیب‌ها شامل چند کیلوگرم می‌شود؟  
کیلوگرم  $60 - 20 = 40$

**ه** هر کیلوگرم از بقیه سیب‌ها را به چه قیمتی فروخته است و از فروش آنها چقدر درآمد به‌دست آورده است؟

تومان  $4000 - 1000 = 3000 =$  قیمت فروش هر کیلوگرم از بقیه سیب‌ها

تومان  $40 \times 3000 = 120000 =$  درآمد

**و** او در کل چقدر از فروش سیب‌ها درآمد به‌دست آورده است؟  
تومان  $140000 + 120000 = 260000$

**ز** او در کل سود کرده است یا ضرر؟ چقدر؟

چون درآمدش از هزینه‌اش بیشتر بوده است، پس سود کرده است.

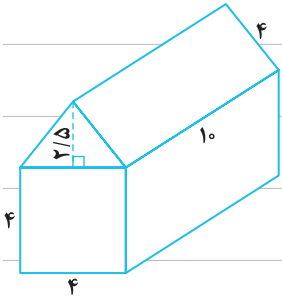
تومان  $260000 - 240000 = 20000$

۴۲ یک بنا هر روز ۲۰ متر مربع از دیوارهای یک باغ را تعمیر و بازسازی می‌کند. اگر او یک ماه کار کند، ثلث دیوارهای این باغ را بازسازی می‌کند. مساحت کل دیوارهای دور این باغ چند متر مربع است؟ (ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید)





۴۳ یک کلبه جنگلی به شکل زیر است. برای ساخت آن، چند متر مربع چوب لازم داریم؟ (کلبه دارای کف هم می باشد).



۴۴ داریوش و رضا هر کدام ۱۲۰۰۰ تومان پول دارند. داریوش  $\frac{3}{8}$  پولش را خرج کرده و رضا ۴۰ درصد پولش باقی مانده است.

آنها اکنون روی هم چند تومان پول دارند؟

۴۵ با توجه به قیمت‌هایی که برای میوه‌ها نوشته شده است، ابتدا قیمت یک سیب و سپس قیمت یک پرتقال را به دست

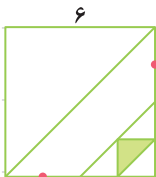
آورید.

$$\text{Apple} + \text{Orange} = 250$$

$$\underbrace{\text{Apple} + \text{Orange}} + \underbrace{\text{Apple} + \text{Orange}} + \text{Apple} = 600$$

۴۶ اگر بخواهیم صفحه‌های یک جزوه ۳۴ صفحه‌ای را شماره‌گذاری کنیم، باید از چند رقم استفاده کنیم؟

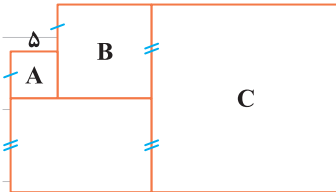
۴۷ مساحت مثلث رنگ‌شده را محاسبه کنید.



۴۸ در صورتی که علی بتواند در هر ساعت ۱۲ مسئله حل کند، ۶ ساعت طول می‌کشد تا تمریناتش تمام شود. اگر او بخواهد

تمریناتش را در ثلث شبانه‌روز حل کند، باید در هر ساعت چند تمرین حل کند؟

۴۹ با توجه به شکل‌های زیر، جرم هر مربع چند برابر جرم هر مثلث است؟



۵۰ شکل‌های A، B و C مربع هستند. محیط شکل زیر چقدر است؟ (روی پاره‌خط‌های مساوی، علامت یکسان قرار دارد).

### راهبرد حل مسئله ساده‌تر

در بعضی از مسائل، مسئله اصلی دارای قسمت‌های زیادی است و امکان حل آن وجود ندارد (یا حل آن بسیار طولانی و سخت است). در برخورد با این مسائل، می‌توانیم با حل مسئله ساده‌تری که با مسئله اصلی در ارتباط باشد (مثلاً حل قسمت‌های اولیه مسئله) و با کمک الگویی، پاسخ مسئله اصلی را به دست آوریم.

مثال حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{99}{100} = ?$$

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} = \frac{2}{4}$$

پاسخ

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} = \frac{2}{6}$$

مشاهده می‌کنید که در هر مرحله، پس از ساده کردن کسرها، صورت کسر اول و مخرج کسر آخر باقی می‌ماند. بنابراین:

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} \times \dots \times \frac{\cancel{99}}{\cancel{100}} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

مثال حاصل عبارت زیر را محاسبه کنید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = ?$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

پاسخ

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

مشاهده می‌کنید که پاسخ هر مرحله، کسری است که مخرج آن برابر با مخرج آخرین کسر و صورت آن یک واحد از مخرجش کوچک‌تر است، پس:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

**تذکره** یکی دیگر از روش‌هایی که باعث ساده‌تر شدن حل مسائل می‌شود، استفاده از اعداد تقریبی است.

**مثال** مساحت قطعه زمینی را که طول آن  $۱۹۹۴/۴۸$  متر و عرض آن  $۹۰/۰۵$  متر است، محاسبه کنید.

**پاسخ**

$$\left. \begin{array}{l} \text{متر} = ۱۹۹۴/۴۸ \approx ۲۰۰۰ \\ \text{متر} = ۹۰/۰۵ \approx ۹۰ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مساحت} = ۲۰۰۰ \times ۹۰ = ۱۸۰۰۰۰$$

دقت کنید که این پاسخ، زمانی استفاده می‌شود که به دقت بالایی در پاسخ سؤال نیاز نداشته باشیم.

**۵۱** حاصل عبارت زیر را با توجه به الگوی داده‌شده به دست آورید.

$$\left( \frac{۵}{۴} + \frac{۶}{۵} + \frac{۷}{۶} + \dots + \frac{۱۰۱}{۱۰۰} \right) - \left( \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \dots + \frac{۱}{۱۰۰} \right) =$$

$$\underbrace{\left( \frac{۵}{۴} - \frac{۱}{۴} \right)}_{\frac{۴}{۴} = 1} = 1 \quad \text{و} \quad \underbrace{\left( \frac{۶}{۵} - \frac{۱}{۵} \right)}_{\frac{۵}{۵} = 1} + \underbrace{\left( \frac{۵}{۴} - \frac{۱}{۴} \right)}_{\frac{۴}{۴} = 1} = 1 + 1 = 2$$

**۵۲** حاصل هر عبارت را به دست آورید.

**الف**  $\left( 1 - \frac{۱}{۸} \right) \times \left( 1 - \frac{۱}{۹} \right) \times \left( 1 - \frac{۱}{۱۰} \right) \times \dots \times \left( 1 - \frac{۱}{۷۰} \right) =$

**ب**  $۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + \dots + ۲ - ۱ =$

**۵۳** می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر مثلث،  $۱۸۰^\circ$  است. با توجه به الگوی زیر، بگویید جمع زوایای داخلی یک  $۱۰$  ضلعی چند

درجه است؟





۵۴ یک ملخ از روی نقطهٔ صفر ابتدا ۴ واحد به راست می‌پرد، در پرش دوم ۲ واحد به چپ می‌پرد، در پرش سوم ۴ واحد به

راست می‌پرد، در پرش چهارم ۲ واحد به چپ می‌پرد:



الف) پس از پرش دوم روی چه نقطه‌ای قرار می‌گیرد؟

ب) پس از پرش چهارم روی چه نقطه‌ای قرار می‌گیرد؟

ج) اگر به همین صورت ادامه بدهید، پس از صد پرش روی چه نقطه‌ای قرار می‌گیرد؟

۵۵ اگر ۱۳ عدد ۴ را در هم ضرب کنیم، رقم یکان حاصل چند خواهد بود؟

راهنمایی) مرحله به مرحله رقم یکان را حساب کرده و الگو را پیدا کنید.

۵۶ فرض کنید هر بُرش، ۲ دقیقه طول بکشد. در هر شکل زمان لازم برای بُرش چوب به تعداد گفته‌شده را مشخص کنید و

بگویید برای ۱۰۰ قطعه کردن یک تکه چوب، چقدر وقت لازم است؟

الف)



ب)



ج)



۵۷ فاصلهٔ زمین تا خورشید ۱۴۹۰۰۰۶۸۰۰۰ متر است. اگر سرعت نور ۲۹۹۷۹۲۴۵۸ متر بر ثانیه باشد، نور خورشید تقریباً پس

از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟



راهبرد روش‌های نمادین

یکی از روش‌هایی که در حل برخی مسائل می‌توان استفاده کرد، تبدیل صورت مسئله به یک تساوی ریاضی است. در نوشتن این تساوی‌ها، مقدارهایی را که نمی‌دانیم، به صورت  $\square$ ، یا ... نمایش می‌دهیم. بعد از نوشتن تساوی، سعی می‌کنیم مقدارهایی را که باید در  $\square$ ، یا ... قرار بگیرند تا تساوی برقرار شود، به دست آوریم.

**مثال** اگر به ۳ برابر عددی ۶۰۰ واحد اضافه کنیم، حاصل برابر با ۴۲۰۰ می‌شود. این عدد را پیدا کنید.

**پاسخ** عدد را  $\square$  فرض می‌کنیم:

$$3 \times \square \Rightarrow 3 \times \square + 600 \Rightarrow 3 \times \square + 600 = 4200$$

سه برابر عدد      سه برابر عدد به علاوه ۶۰۰

اکنون سعی می‌کنیم مقدار  $\square$  را به دست آوریم.

$$3 \times \square + 600 = 4200 \Rightarrow 3 \times \square = 3600 \Rightarrow \square = 1200$$

۳۶۰۰

تبدیل مسئله به شکل هندسی

در دسته‌ای از مسئله‌ها می‌توان با رسم یک شکل هندسی پاسخ مسئله را به روش حل هندسی به دست آورد.

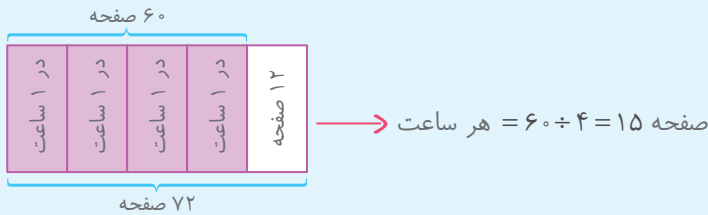
**مثال** علی در مدت ۴ ساعت یک کتاب ۷۲ صفحه‌ای را مطالعه کرد و ۱۲ صفحه از آن باقی ماند. او در هر ساعت چند صفحه از کتاب

را مطالعه کرده است؟

**پاسخ** ابتدا تعداد صفحات مطالعه شده را به دست می‌آوریم:

$$72 - 12 = 60 \text{ صفحه}$$

کل کتاب را یک مستطیل به صورت زیر فرض می‌کنیم.



۳۳

**۵۸** حسین ۵ مداد خرید و ۱۲۰۰ تومان برایش باقی ماند. او در ابتدا ۵۲۰۰ تومان پول داشت:

**الف** با توجه به متن سؤال،  $\square$  چه عددی را نمایش می‌دهد؟  $5 \times \square + 1200 = 5200$

**ب** با حدس زدن، عددی را که در مربع قرار می‌گیرد، مشخص کنید.

**۵۹** در هر شکل مشخص کنید درون  $\triangle$ ،  $\square$  و  $\circ$ ، چه اعدادی قرار می‌گیرد.

$$\triangle - 3 \rightarrow \circ \times 5 \rightarrow \square \div 7 \rightarrow \text{الف}$$

$$\triangle - 15 \rightarrow \circ \div 5 \rightarrow \square \times 4 \rightarrow \text{ب}$$

**۶۰** علی هر روز از مادرش یک مبلغ مشخص پول می‌گیرد. او ۱۰ روز پول‌هایش را پس انداز کرد. پس از ۱۰ روز پدرش هم به او

۱۶۰۰۰ تومان پول داد. اگر اکنون علی ۴۱۰۰۰ تومان پول داشته باشد، او هر روز چقدر از مادرش پول می‌گیرد؟



۶۱ یک تکه نخ ۱۲۰ سانتی متری را به ۲ قسمت تقسیم کرده ایم، به صورتی که یکی از تکه ها ۲۴ سانتی متر از دیگری کوتاه تر است. طول تکه بلندتر، چقدر است؟

۶۲ محیط یک مستطیل ۵۶ است. طول آن ۱۰ واحد از عرض آن بیشتر است. مساحت این مستطیل چقدر است؟

۶۳ می خواهیم دقیقاً نقطه وسط یک اتاق را پیدا کنیم. به چه صورتی می توانیم این کار را انجام دهیم؟

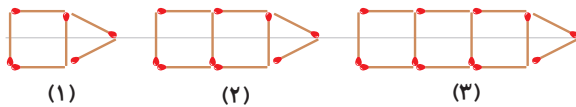


### سوالات چهارگزینه ای

۱ حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۴۰ است. مجموع این دو عدد حداقل چند است؟

- الف) ۱۳  ب) ۲۲  ج) ۸  د) ۱۴

۲ در شکل دهم، چند چوب کبریت وجود دارد؟



- الف) ۲۷  ب) ۳۶  ج) ۳۳  د) ۳۰

۳ در یک مدرسه  $\frac{1}{8}$  دانش آموزان در کتابخانه هستند،  $\frac{1}{4}$  دانش آموزان در حیاط مدرسه هستند و  $\frac{1}{5}$  دانش آموزان در

نمازخانه هستند. اگر بقیه که ۵۱ نفر هستند در کلاس نشسته باشند، کل جمعیت مدرسه چند نفر است؟

- الف) ۱۲۰  ب) ۱۴۰  ج) ۱۶۰  د) ۱۸۰

۴ به جای مربع کدام گزینه را قرار دهیم تا تساوی برقرار باشد؟ (در هر دو مربع یک عدد باید قرار گیرد.)

$$\square \div 3 + \square \times 2 = 28$$

- الف) ۱۵  ب) ۹  ج) ۶  د) ۱۲

۵ یک قورباغه روی نقطه (-۵) ایستاده است. این قورباغه ابتدا ۵ واحد به راست و سپس ۴ واحد به چپ، بعد ۵ واحد به

راست و دوباره ۴ واحد به چپ می پرد. اگر به همین صورت ادامه دهد، بعد از ۱۰ پرش به چه عددی می رسد؟

- الف) ۰  ب) ۹  ج) ۱۰  د) ۴







نام: .....

## آزمون

کلاس: .....

نام خانوادگی: .....

### پایانی فصل اول

تاریخ: ...../...../.....

۲	<p>عبارت‌های درست را با علامت <input checked="" type="checkbox"/> و عبارت‌های نادرست را با علامت <input type="checkbox"/> مشخص کنید.</p> <p>۱ در راهبردهای حل مسئله، «الگوسازی» را تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند. <input type="checkbox"/></p> <p>۲ برای ساده کردن مسئله، نمی‌توانیم از عددهای تقریبی استفاده کنیم. <input type="checkbox"/></p> <p>۳ هر مسئله‌ای فقط با یک نوع راهبرد قابل حل است. <input type="checkbox"/></p> <p>۴ برای حل مسئله زیر، نوشتن تمام حالت‌های ممکن الزامی است. <input type="checkbox"/></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۳۰ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.</p> </div>
۲	<p>جاهای خالی را با استفاده از کلمه یا عبارت مناسب، کامل کنید.</p> <p>۵ در تساوی <math>۳۷ = ۱۲ - \square \times \square</math>، به جای <math>\square</math>، عدد طبیعی ..... قرار می‌گیرد.</p> <p>۶ در حل برخی مسائل برای نوشتن همه حالت‌های ممکن، باید از راهبرد ..... استفاده کنیم.</p> <p>۷ فردی هر روز نصف باقی مانده زمین خود را شخم می‌زند. اگر او روز اول نصف زمینش را شخم زده باشد، بعد از چهار روز ..... از زمین او باقی مانده است.</p> <p>۸ برای پیدا کردن حالت مطلوب از بین تمام حالت‌های ممکن یک مسئله، می‌توانیم از راهبرد ..... استفاده کنیم.</p>
۲	<p>گزینه درست را با علامت <input checked="" type="checkbox"/> مشخص کنید.</p> <p>۹ در الگوی عددی مقابل، هفتمین عدد کدام است؟  <math>۲۵۶, ۱۲۸, ۶۴, ۳۲, \dots</math></p> <p>الف) ۸ <input type="radio"/>      ب) ۴ <input type="radio"/>      ج) ۲ <input type="radio"/>      د) ۱ <input type="radio"/></p> <p>۱۰ با رسم قطرهای پنج‌ضلعی روبه‌رو، چند پاره‌خط در شکل خواهیم داشت؟</p> <p>الف) ۲۵ <input type="radio"/>      ب) ۱۵ <input type="radio"/>      ج) ۳۵ <input type="radio"/>      د) ۴۵ <input type="radio"/></p> <p>۱۱ کدام گزینه در مورد حل مسئله به کمک راهبرد رسم شکل صحیح <b>نمی‌باشد</b>؟</p> <p>الف) گاهی اوقات شکل کافی است و نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نیست. <input type="radio"/></p> <p>ب) گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنیم و آن را رسم نکنیم. <input type="radio"/></p> <p>ج) در روش رسم شکل، کشیدن یک شکل ساده کافی است. <input type="radio"/></p> <p>د) در این راهبرد، کشیدن شکل به همراه عملیات ریاضی الزامی است. <input type="radio"/></p> <p>۱۲ اگر قرار باشد به کمک راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب عددی را از ۰ تا ۱۰۰۰ حدس بزنیم، با مطرح کردن کدام سؤال، اعداد بیشتری حذف می‌شوند؟</p> <p>الف) آیا عدد مورد نظر ۲۳۸ است؟ <input type="radio"/>      ب) آیا عدد مورد نظر مضرب ۵ است؟ <input type="radio"/></p> <p>ج) آیا عدد مورد نظر سه رقمی است؟ <input type="radio"/>      د) آیا عدد مورد نظر زوج است؟ <input type="radio"/></p>

