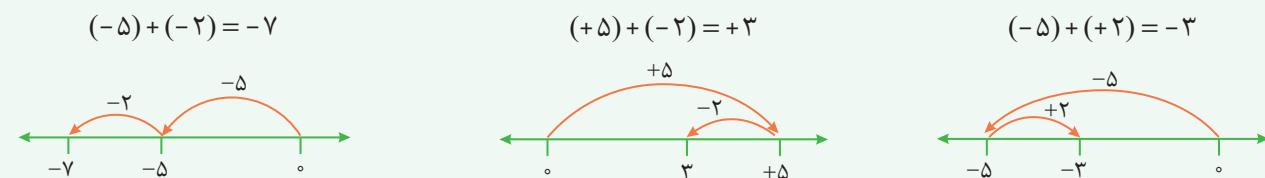


جمع و تفریق عددهای صحیح

جمع: در جمع دو عدد صحیح، اگر علامت عددهای صحیح مثل هم باشد، عددها را با هم جمع می‌کنیم و یکی از علامتها را برای آن می‌نویسیم و اگر علامت‌ها مثل هم نباشد، عددها را از هم کم می‌کنیم و برای حاصل، علامت مقدار بزرگ‌تر (بزرگ‌تر بدون در نظر گرفتن علامت) را قرار می‌دهیم. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{ccc} \text{علامت عدد بزرگ‌تر} & \text{علامت عدد بزرگ‌تر} & \text{علامت یکی} \\ (-5) + (+2) = -(5-2) = -3 & (+5) + (-2) = +(5-2) = +3 & (-5) + (-2) = -(5+2) = -7 \end{array}$$

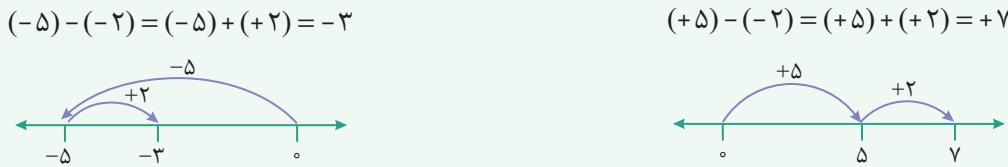
نمایش جمع اعداد صحیح به کمک محور: برای نمایش جمع اعداد صحیح روی محور ابتدا از نقطه صفر شروع کرده و به اندازه اول حرکت می‌کنیم (اگر عدد منفی باشد، به سمت منفی‌ها (سمت چپ) و اگر عدد مثبت باشد، به سمت مثبت‌ها (سمت راست) حرکت می‌کنیم). سپس از نقطه‌ای که به آن رسیده‌ایم، به اندازه عدد دوم حرکت می‌کنیم، نقطه پایانی پاسخ جمع خواهد بود. به نمونه‌های زیر توجه کنید:



تفریق: برای تفریق عددهای صحیح، با قرینه کردن عدد دوم، عبارت را به جمع عددهای صحیح تبدیل می‌کنیم، یعنی عدد دوم را قرینه و علامت تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم و سپس حاصل را به مانند عمل جمع به دست می‌آوریم. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{ccc} \text{قرینه} & & \text{قرینه} \\ (-5) - (-2) = (-5) + (+2) = -(5-2) = -3 & & (+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +(5+2) = +7 \\ \text{تبديل به جمع} & & \text{تبديل به جمع} \end{array}$$

در تفریق اعداد صحیح می‌توانیم پس از تبدیل تفریق به جمع، حاصل را از طریق محور به دست آوریم. به نمونه‌های زیر توجه کنید:



مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $(+6) + (+8) = + (6 + 8) = +14$

(ب) $(+40) - (-12) = +(40 + 12) = +52$

(پ) $(-60) - (+20) = (-60) + (-20) = -(60 + 20) = -80$

نکته

▪ جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر با صفر است، مانند:

$$4 + (-4) = 0$$

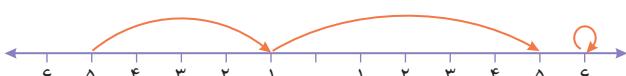
۷ **۰۰** حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۱۸ مقایسه کنید.

(الف) $(-24) + (-18) = \dots$

۵ **۰۰** برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.

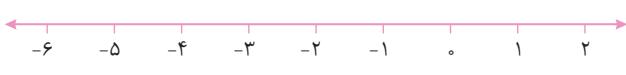
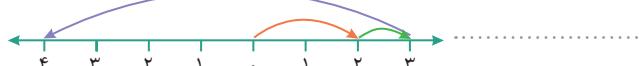
(ب) $(-11) - (+35) + (-6) = \dots$



(پ) $17 + 30 - 14 = \dots$

۶ **۰۰** حاصل $(-2) - (-6)$ را با استفاده از محور به دست آورید.

۸ **۰۰** برای حرکت‌های روی محور زیر یک جمع بنویسید.



مرور درس ۱

۱۲) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

درست نادرست

الف) بزرگترین عدد صحیح منفی، عدد -99 است.

درست نادرست

ب) عدد صفر نه مثبت است، نه منفی.

درست نادرست

پ) عدد $\frac{7}{7}$ یک عدد صحیح است.

درست نادرست

ت) حاصل ضرب هر عدد صحیح منفی در هر عدد صحیح مثبت، عددی مثبت است.

درست نادرست

ث) اگر یک عدد منفی را ده بار قرینه کنیم، حاصل یک عدد مثبت می‌شود.

۱۳) هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) کوچکترین عدد صحیح سه رقمی، عدد است.

ب) اگر عدد صحیحی را از صفر کم کنیم، آن عدد به دست می‌آید.

پ) قرینه هر عدد صحیح مثبت، از خود آن عدد است.

ت) عدد صفر از همه اعداد صحیح کوچک‌تر است.

ث) میانگین سه عدد -23 ، -20 و -12 - برابر است با

۱۴) به هر یک از قسمت‌های زیر، پاسخ مناسب دهید.

الف) عددهای صحیح نامنفی بزرگ‌تر از -3 - را بنویسید.

ب) عددهای صحیح بین -3 و $+4$ را بنویسید.

پ) عددهای صحیح منفی بزرگ‌تر از -12 - را بنویسید.

ت) مضرب‌های صحیح عدد 4 را بنویسید.

ث) عددهای صحیحی را که قرینه آنها کوچک‌تر از -3 - است، بنویسید.

۱۵) جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

| | | | | | | | | | | | |
|-------|----------------|------|------|----------|----------|-------------|--------------|----------|-----------------|---------------|-----------|
| عدد | $(12, 20) = 4$ | $+8$ | -5 | $(-5)^2$ | $(-5)^3$ | $\sqrt{36}$ | $-\sqrt{36}$ | $-(1/5)$ | $\frac{-24}{3}$ | $\frac{7}{5}$ | $-(-1)^5$ |
| طبيعي | ✓ | | | | | | | | | | |
| صحیح | ✓ | | | | | | | | | | |

۱۶) حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(-15) + (-20) - (-20) =$

(ب) $-18 + 25 - 7 =$

پ) $(-45) - (-40) + (+45) =$

(ت) $(-17) + (-17) - (+17) =$

ث) $18 - 35 - 41 - 6 =$

(ج) $-20 + 20 - 30 + 30 =$

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. ۱۸۷

- درست نادرست الف) عدد ۱۱۹ عددی مرکب است.
- درست نادرست ب) هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک حداقل دو شمارنده دارد.
- درست نادرست پ) هر عدد طبیعی که اول نباشد، مرکب است.
- درست نادرست ت) ب.م.دو عدد متوالی برابر یک است.
- درست نادرست ث) مجموع دو عدد اول همیشه عدد اول است.
- درست نادرست ج) دو عدد ۴۸ و ۴۹ نسبت به هم اول‌اند.

جهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. ۱۸۸

- الف) اگر عدد a اول باشد، تمام مضرب‌هایش جز خود a عددی است.
- ب) برای تعیین اعداد اول بین ۱ تا ۱۰۰ به روش غربال، آخرین عددی که خط می‌خورد است.
- پ) اگر دو عدد نسبت به هم اول باشد، ک.م.م آنها است.
- ت) کوچک‌ترین عدد اول دورقمی عدد و بزرگ‌ترین عدد دورقمی مرکب است.

بین ۸۰ و ۹۰ چند عدد اول وجود دارد؟ ۱۸۹

۴ (۴) ○ ۳ (۳) ○ ۲ (۲) ○ ۱ (۱) ○

کدام دسته از اعداد زیر اول هستند؟ ۱۹۰

۱, ۳, ۱۱۱, ۱۷ (۴) ○ ۱, ۲, ۹۱, ۷ (۳) ○ ۷, ۲۹, ۹, ۱۵ (۲) ○ ۲, ۷, ۲۹, ۳۱ (۱) ○

کدام عدد زیر مرکب نیست؟ ۱۹۱

۱۶۹ (۴) ○ ۱۰۰۱ (۳) ○ ۱۷۳ (۲) ○ ۱۴۳ (۱) ○

در روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۵۰، بعد از خط زدن عدد ۲۵، کدام عدد خط می‌خورد؟ ۱۹۲

۴۵ (۴) ○ ۴۹ (۳) ○ ۲۶ (۲) ○ ۳۵ (۱) ○

در روش غربال ۱ تا ۱۰۰ کدام عدد از بقیه دیرتر خط می‌خورد؟ ۱۹۳

۵۷ (۴) ○ ۷۷ (۳) ○ ۸۶ (۲) ○ ۹۹ (۱) ○

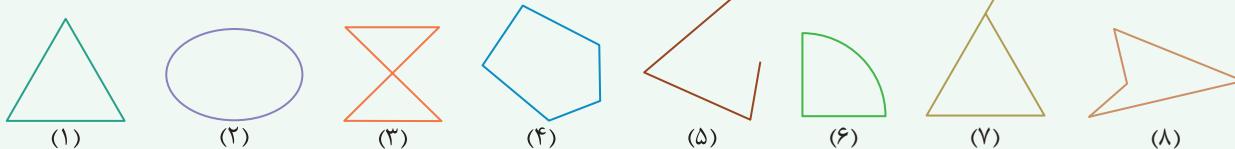
مجموع دو عدد اول ۴۰ شده است. آن دو عدد را نام ببرید. ۱۹۴

دو عدد بنویسید که نسبت به ۷۵ اول باشند. ۱۹۵

درس اول: چندضلعی‌ها و تقارن

چندضلعی‌ها

به یک شکل چندضلعی می‌گویند به شرط اینکه: ۱- خط شکسته باشد. ۲- بسته باشد. ۳- ضلع‌ها فقط در **رأس‌ها** هم‌دیگر را **قطع** کنند (رأس نقطه‌ای است که در آن دو ضلع به هم می‌رسند). در شکل‌های زیر:



شکل‌های ۴، ۶ و ۸ چندضلعی هستند.

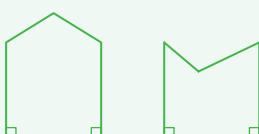
شکل‌های ۲ و ۷ چندضلعی نیستند، زیرا خط شکسته نیستند.

شکل‌های ۳ و ۵ چندضلعی نیستند، زیرا اضلاع به جز رأس‌ها در نقطه‌ای دیگر نیز هم‌دیگر را قطع کرده‌اند.

شکل ۶ چندضلعی نیست، چون خط شکسته بسته نیست.

مثال: یک پنج‌ضلعی با دو زاویه قائم رسم کنید.

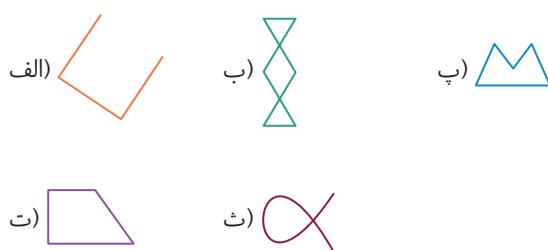
پاسخ: ۱- ابتدا دو زاویه قائم را روی یک ضلع رسم می‌کنیم.



۲- می‌بینیم سه ضلع از پنج ضلع رسم شده است، حال دو ضلع دیگر را به دلخواه رسم می‌کنیم

تا پنج‌ضلعی به دست آید.

۲۰۲ کدام شکل‌ها چندضلعی نیستند؟ چرا؟



تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۳۶ مقایسه کنید.

۲۰۰ کدام یک از شکل‌های زیر چندضلعی است؟



۲۰۱ (الف) آیا «هر چندضلعی حداقل سه زاویه دارد.» درست است؟

ب) یک هفت‌ضلعی رسم کنید که همه زاویه‌های آن کمتر از 180° باشد.

۲۰۳ آیا می‌توان یک شش‌ضلعی با دو زاویه قائم رسم کرد؟

پ) یک شش‌ضلعی رسم کنید که دو زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشد.

مروز درس ۱

۲۱۷ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

درست نادرست

الف) ذوزنقه مرکز تقارن ندارد.

درست نادرست

ب) در مثلث‌ها فقط مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد.

درست نادرست

پ) نیم‌دایره مرکز تقارن ندارد.

درست نادرست

ت) پنج‌ضلعی مقعر وجود ندارد.

درست نادرست

ث) هشت‌ضلعی منتظم ۸ محور تقارن دارد.

۲۱۸ هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) در هر متوازی‌الاضلاع، محل برخورد، مرکز تقارن است.

ب) فقط چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آنها باشد، مرکز تقارن دارند.

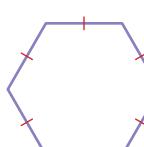
پ) پانزده‌ضلعی منتظم محور تقارن دارد.

ت) مثلث متساوی‌الساقین مرکز تقارن

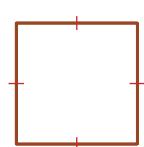
۲۱۹ با توجه به شکل‌های زیر به سؤال‌ها پاسخ دهید.



(۱)



(۲)



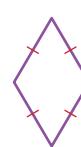
(۳)



(۴)



(۵)



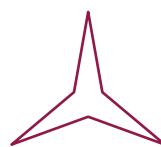
(۶)



(۷)



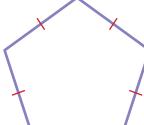
(۸)



(۹)



(۱۰)



(۱۱)

الف) کدام شکل‌ها چندضلعی نیستند؟ چرا؟

ب) چندضلعی‌های محدب و مقعر رسم شده را بنویسید.

پ) دو تفاوت و دو شباهت بین شکل‌های (۲) و (۹) بنویسید.

ت) از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. ۲۹۹

- درست نادرست

الف) لوزی یک چهارضلعی منتظم است.

ب) نهضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

پ) متوازی‌الاضلاعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.

ت) مجموع زاویه‌های داخلی یک هشت‌ضلعی 144° است.

ث) دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.

در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید. ۳۰۰

- الف) هر چندضلعی که حداقل یک زاویه بزرگ‌تر از 180° داشته باشد را می‌نامند.
- ب) اندازه هر زاویه خارجی یک دهضلعی منتظم درجه است.
- پ) هشت‌ضلعی منتظم محور تقارن دارد و دارای مرکز تقارن
- ت) اگر $a \parallel b$, $b \perp c$ باشد، آنگاه
- ث) در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی آن.
- ج) اگر وسط ضلع‌های یک مستطیل را به طور متواالی به هم وصل کنیم، شکل حاصل است.

کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟ ۳۰۱

- ۱) متوازی‌الاضلاع
- ۲) دهضلعی منتظم
- ۳) مثلث متساوی‌الاضلاع
- ۴) لوزی

اگر a , b و c سه خط باشند و $a \perp c$ و $a \perp b$ و $a \parallel b$ آنگاه ۳۰۲

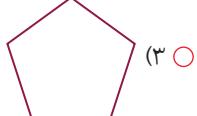
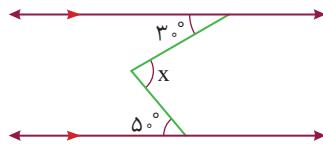
$$a \parallel b \quad (4)$$

$$b \not\parallel c \quad (3)$$

$$b \parallel c \quad (2)$$

$$a \parallel c \quad (1)$$

کدام شکل چندضلعی محدب است؟ ۳۰۳

در شکل مقابل اندازه زاویه x چند درجه است؟ ۳۰۴

$$90^\circ \quad (2)$$

$$20^\circ \quad (4)$$

$$70^\circ \quad (1)$$

$$80^\circ \quad (3)$$

کدام جمله درست است؟ ۳۰۵

- ۱) لوزی نوعی مربع است.
- ۲) مستطیل نوعی مربع است.
- ۳) لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است.
- ۴) ذوزنقه نوعی متوازی‌الاضلاع است.

فصل اول

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

۸ حركت اول حرکتی است که از صفر آغاز شده است، بنابراین خواهیم

داشت:

$$\begin{array}{c} \text{ واحد به سمت راست} \\ \leftarrow \\ (+2) + (+1) + (-7) = (-4) \\ \text{ واحد به سمت چپ} \quad \rightarrow \\ \end{array}$$

۹

$$\begin{array}{c} \text{ علامت صورت: } -x-x-=- \\ \frac{(-5) \times (-3) \times (-2)}{(-12) \div (-4)} \div 10 = \frac{-5 \times 3 \times 2}{+(12 \div 4)} \div 10 \\ \text{ علامت مخرج: } -\div-\div+= \\ = \frac{-30}{3} \div 10 = -10 \div 10 = -1 \end{array}$$

۱۰

$$\begin{array}{l} \text{الف: } 12 - \cancel{8 \times 3} = 12 - 24 = -(12 + 24) = -36 \\ \text{ب: } 7 - \cancel{7 \times 4} \div 2 + 1 = 7 - \cancel{28 \div 2} + 1 = 7 - 14 + 1 = -7 + 1 = -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{پ: } 3^2 - 4^3 \div (-8) = ((\cancel{-6} \times \cancel{-6}) - (\cancel{4 \times 4 \times 4})) \div (-8) \\ = 36 - \cancel{64} \div (-8) = 36 + 8 = 44 \end{array}$$

نکته: عدد منفی به توان زوج همواره مثبت است.
اگر عدد منفی داخل پرانتز و توان بیرون از پرانتز باشد، کل عدد همراه با علامت به توان می‌رسد، در غیر این صورت توان تأثیری در علامت ندارد.
 $-6^2 = -(6 \times 6) = -36 \neq (-6)^2$

$$\text{ت: } 8 - (18 \div (\cancel{7} - \cancel{4})) \div 6 = 8 - (\cancel{18} \div \cancel{3}) \div 6 = 8 - 6 \div 6 = 8 - 1 = 7$$

۱۱ با استفاده از دسته بندی، حاصل عبارت‌ها را به دست می‌آوریم.

الف) عددهای داده شده را به $\frac{300}{2}$ دسته که حاصل هر دسته

۳۰۱ است، تقسیم می‌کنیم، بنابراین:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 298 + 299 + 300 = 30 \times 150 = 45150$$

$$\text{ب: } -\cancel{5} + \cancel{20} - \cancel{25} + \cancel{40} - \cancel{45} + \cancel{60} - \cancel{65} + \cancel{80} - \cancel{85} + \cancel{100} = 15 \text{ تا ۱۵} = 15 \times 15 = 225$$

$$= 5 \times 15 = 75$$

$$\text{پ: } 10 + 30 - 5 - 11 + 6 = -(10 + 5 + 11) + (30 + 6) = -26 + 36 = 10$$

الف) **نادرست:** بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد ۱ است.

ب) **درست:** عدد صفر علامت ندارد.

پ) **درست:** زیرا $\frac{7}{7} = 1$ که یک عدد صحیح است.

ت) **نادرست:** $-x+ = -$

ث) **نادرست:** زیرا اگر یک عدد منفی ۱۰ بار قرینه شود، یعنی ۱۱ منفی در هم ضرب شده‌اند که حاصل عددی منفی است.

نکته: اگر به تعداد فرد تا علامت منفی در یکدیگر ضرب شوند، حاصل منفی می‌شود و اگر به تعداد زوج تا عدد منفی در یکدیگر ضرب شوند، حاصل مثبت می‌شود.

۱ عددها را تا حد امکان ساده می‌کنیم، سپس اعداد صحیح را مشخص

می‌کنیم.

$$-\frac{45}{9} = -5 \quad \text{عدد صحیح است: } -5$$

$$-2^5 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = -32 \quad \text{عدد صحیح است: } -32$$

$$-\sqrt{9} = -3 \quad \text{عدد صحیح است: } -3$$

$$\frac{5}{7} \quad \text{ساده‌تر نمی‌شود و عدد صحیح نیست: } \frac{5}{7}$$

$$\sqrt{11} \quad \text{عدد صحیح نیست: } \sqrt{11}$$

$$0/8 = \frac{4}{10} \quad \text{عدد صحیح نیست: } 0/8$$

۲ اعداد صحیح بین ۵ و ۱۴ :-

$$-13, -12, \dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

عددهای صحیح منفی

عددهای صحیح نامنفی یعنی عددهای صحیح مثبت و عدد صفر، پس

پنج عدد ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ پاسخ سؤال هستند.

۳ اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۶ - برابر است با اعدادی که سمت راست

$$-5, -4, -3, \dots, 1, 2, \dots \quad \text{قرار دارند. یعنی: } -5, -4, -3, -2, -1$$

ولی چون فقط اعداد منفی را می‌خواهیم، پاسخ برابر است با:

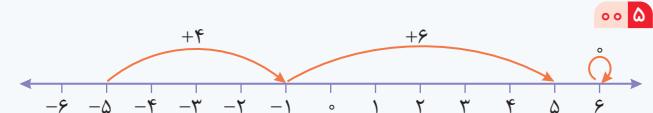
$$-5, -4, -3, -2, -1$$

۴ ابتدا عبارت‌های داده شده را تعیین علامت و سپس آنها را قرینه

می‌کنیم:

$$\text{الف: } \frac{\text{علامت}}{\text{قرینه}} = \frac{+85}{-85} \quad \text{منفی}$$

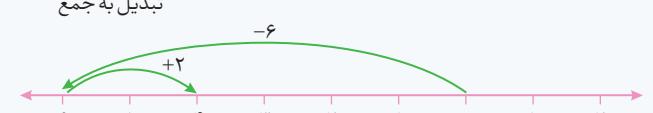
$$\text{ب: } \frac{\text{علامت}}{\text{قرینه}} = \frac{+15}{-(+15)} \quad \text{منفی}$$



۵ ابتدا تفریق را به جمع تبدیل کرده و سپس از محور استفاده

می‌کنیم:

$$-6 - (-2) = -6 + (+2) = -4$$



$$-24 - 18 = -(24 + 18) = -42$$

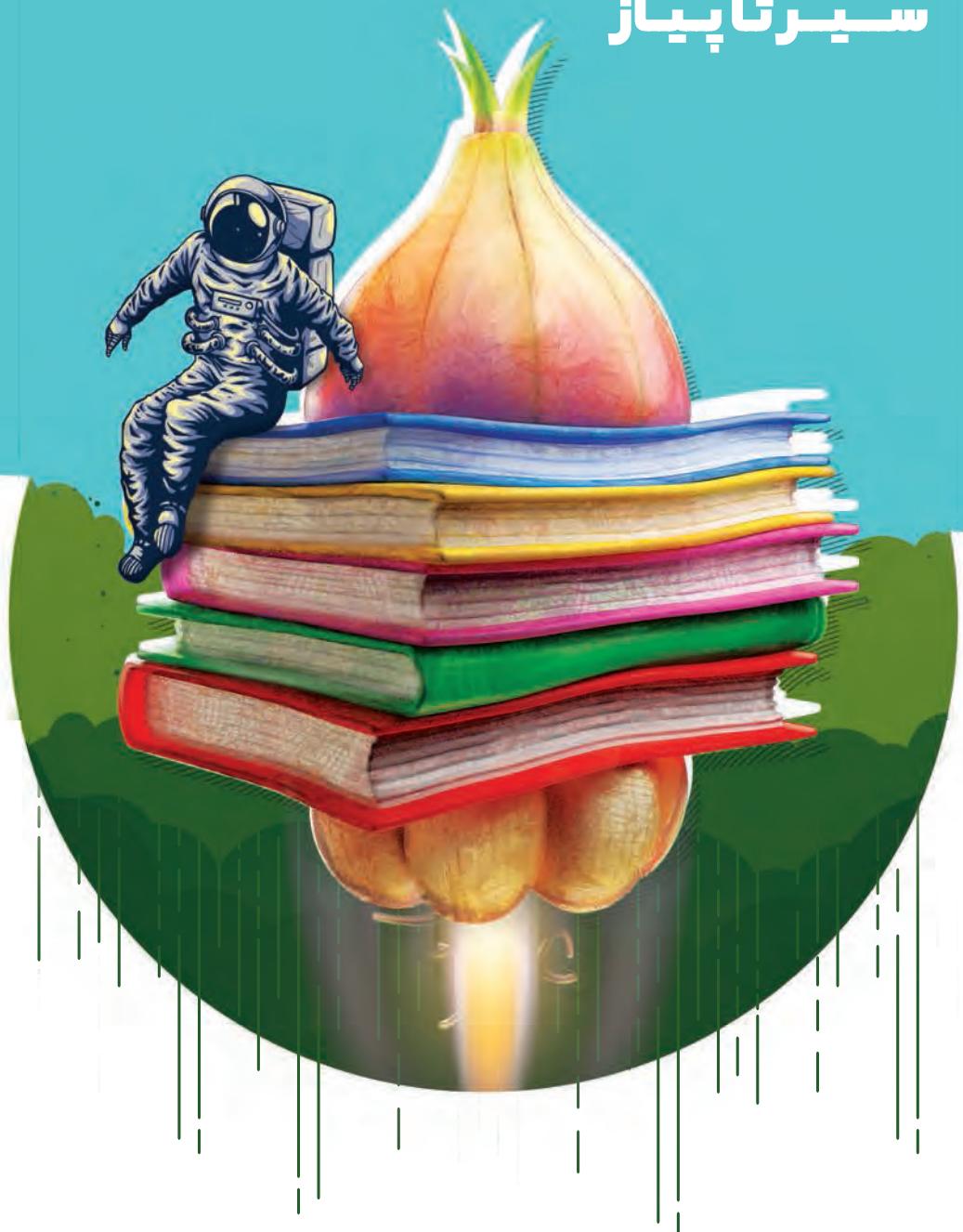
$$(11) + (-35) + (-6) = -11 - 35 - 6 = -(11 + 35 + 6) = -52$$

$$-17 + 30 - 14 = (-17 + 30) - 14 = -(14 - 13) = -1$$



... آزمون ...

مجموعه کتابهای
سیر تا پیاز



| زمان آزمون : ۷۵ دقیقه | | آزمون نوبت اول | ریاضی |
|-----------------------|--|--|-------|
| نمره | پایه هشتم | آزمون شماره ۱ | |
| ۱/۲۵ | <p>درست <input type="radio"/> نادرست <input type="radio"/></p> | <p>درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) عدد $\frac{52}{9}$ - بین دو عدد صحیح ۵ و ۶ قرار دارد.</p> <p>(ب) عدد ۷ عددی مرکب است.</p> <p>(پ) لوزی نوعی مربع است.</p> <p>(ت) بردارهای AB و BA فرینه یکدیگر هستند.</p> <p>(ث) مقدار عددی عبارت $x^2 + 3x - 2$ به ازای $x = 2$ برابر ۷ است.</p> | ۱ |
| ۱/۲۵ | | <p>جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) معکوس عدد $2\frac{3}{7}$ - مساوی عدد است.</p> <p>(ب) کوچک‌ترین عدد اول سه‌رقمی است.</p> <p>(پ) اگر $b \perp c$ و $a \perp c$ باشد، آنگاه است.</p> <p>(ت) بردار $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ برحسب واحد مختصات برابر است.</p> <p>(ث) عدهای ۷ و ۷ - جواب‌های معادله $x^3 =$ است.</p> | ۲ |
| ۲/۵ | | <p>گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) حاصل عبارت $-1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$ برابر است با:</p> <p style="text-align: center;">-10 (۴) <input type="radio"/> $+10$ (۳) <input type="radio"/> -5 (۲) <input type="radio"/> $+5$ (۱) <input type="radio"/></p> <p>(ب) برای تعیین عدهای اول از ۱ تا ۱۰۰ روش غربال را به کار بردۀایم. کدام عدد زیر، دیرتر خط می‌خورد؟</p> <p style="text-align: center;">57 (۴) <input type="radio"/> 91 (۳) <input type="radio"/> 75 (۲) <input type="radio"/> 99 (۱) <input type="radio"/></p> <p>(پ) کدام جمله درباره چندضلعی‌های منتظم درست است؟</p> <p>(۱) همه آنها مرکز تقارن دارند. <input type="radio"/></p> <p>(۲) مجموع زوایای خارجی آنها 360° است. <input type="radio"/></p> <p>(۳) تعداد قطرهایشان با تعداد اضلاعشان مساوی است. <input type="radio"/></p> <p>(۴) تعداد محورهای تقارنشان، دو برابر تعداد اضلاع آنهاست. <input type="radio"/></p> <p>(ت) در معادله $\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \end{bmatrix}$ مختصات بردار x کدام است؟</p> <p style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۲) <input type="radio"/> $\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۳) <input type="radio"/> $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۲) <input type="radio"/> $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۱) <input type="radio"/></p> <p>(ث) ضریب xy در ساده‌شده عبارت $(2x - 3y)^2$ کدام است؟</p> <p style="text-align: center;">-5 (۲) <input type="radio"/> -12 (۳) <input type="radio"/> -6 (۲) <input type="radio"/> -11 (۱) <input type="radio"/></p> | ۳ |



نکته و سبقت ...

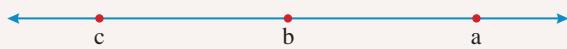
مجموعه کتابهای
سیر تا پیاز



فصل اول: عددهای صحیح و گویا

قرینهٔ یک عدد نسبت به عددی دیگر

برای به دست آوردن **قرینهٔ نقطهٔ a** نسبت به نقطه‌ای مانند **b**, باید ابتدا **فاصلهٔ a تا b** را به دست آوریم، سپس به همان اندازه در سمت دیگر



حرکت کنیم تا نقطه‌ای مانند **c** به دست آید.

پس نقاط **a** و **c** نسبت به نقطهٔ **b** قرینهٔ همدیگرند.

با توجه به شکل می‌بینیم که **b** **وسط** دو عدد **a** و **c** قرار دارد، یعنی: $b = \frac{a+c}{2}$ و می‌توانیم با طرفین - وسطین کردن آن، رابطهٔ جدیدی برای $b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow a+c=2b \Rightarrow c=2b-a$ به دست آوردن **c** بنویسیم:

بنابراین برای به دست آوردن **c** (قرینهٔ **a** نسبت به **b**) کافی است از دو برابر **b** مقدار **a** را کم کنیم.

مثال: قرینهٔ عدد **۴ + ۶** نسبت به **+ ۱** چه عددی است؟



پاسخ: **روش اول:** با توجه به محور عددهای صحیح، مشاهده می‌کنید که عدد **۴** از عدد **۱**، سه واحد فاصله دارد و اگر از عدد **۱**، سه واحد در جهت چپ حرکت کنیم، به عدد **-۲** می‌رسیم، پس قرینهٔ **۴ + ۶** نسبت به **+ ۱** برابر است با **-۲**.

روش دوم: با استفاده از رابطه $c = 2b - a$ ، اگر قرینهٔ **۴ + ۶** نسبت به **+ ۱** را **c** بنامیم، می‌توانیم بنویسیم:

مثال ۳: عدد **a** قرینهٔ **-۵** نسبت به **-۹** است. اگر **a** را **۴۹** بار قرینه کنیم،

کدام عدد به دست می‌آید؟

$$-13(4) \text{ ○} \quad +13(3) \text{ ○} \quad -1(2) \text{ ○} \quad +1(1) \text{ ○}$$

پاسخ:

$$-13: a = 2 \times (-9) - (-5) = -18 + 5 = -13$$

اگر عددی به دفعات زوج قرینه شود، حاصل همان عدد می‌شود.

اگر عددی به دفعات فرد قرینه شود، حاصل قرینه همان عدد می‌شود.

بنابراین عدد **-۱۳** را **۴۹** بار قرینه کنیم، حاصل می‌شود.

پاسخ گزینه «۳» است.

مثال ۴: بین عدد **+۳** و قرینه‌اش نسبت به **-۲** چند عدد صحیح وجود دارد؟

$$6(4) \text{ ○} \quad 8(3) \text{ ○} \quad 10(2) \text{ ○} \quad 9(1) \text{ ○}$$

پاسخ:

$$-2 \times (-2) - 3 = -7$$

بین عدد **۳** و **-۷**، نه عدد صحیح وجود دارد که عبارت‌اند از:

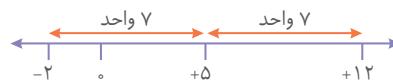
$$-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2$$

پاسخ گزینه «۱» است.

مثال ۱: قرینهٔ **-۲** نسبت به **+ ۵** برابر است با:

$$+12(4) \text{ ○} \quad -9(3) \text{ ○} \quad +8(2) \text{ ○} \quad +3(1) \text{ ○}$$

پاسخ:



از **-۲** تا **۵** فاصله **۷** واحد است، پس اگر از **۵** به اندازه **۷** واحد به سمت راست برویم به **۱۲** می‌رسیم.

پاسخ گزینه «۴» است.

مثال ۲: قرینهٔ عددی نسبت به **-۱** برابر با **-۴** شده است. آن عدد کدام است؟

$$+7(4) \text{ ○} \quad +3(3) \text{ ○} \quad +2(2) \text{ ○} \quad -7(1) \text{ ○}$$

پاسخ:

روش اول: باید قرینهٔ **-۴** نسبت به **-۱** را حساب کنیم تا عدد مورد نظر به دست آید. فاصلهٔ **-۴** تا **-۱** سه واحد است. پس از **-۱** سه واحد به سمت راست می‌رویم، به عدد **۲** می‌رسیم.

روش دوم: با توجه به رابطه گفته شده، اگر عدد مورد نظر را **c** بنامیم، داریم:

$$c = 2 \times (-1) - (-4) = -2 + 4 = +2$$

پاسخ گزینه «۲» است.

۱۰ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$3 - 5 \left[-2 - 4(-1 - 2)^2 \div 2 \right] - 2 \times 3^2$$

- ۹۵ (۴○) ۶۷ (۳○) ۸۵ (۲○) ۸۰ (۱○)

۱۱ حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟

$$(-4 \div 2) - (-6 \div 3) - (-8 \div 4) - (-10 \div 5) - \dots - (-100 \div 50)$$

- +۹۴ (۴○) +۹۸ (۳○) +۹۶ (۲○) -۱۰۰ (۱○)

۱۲ حاصل عبارت زیر برابر است با:

$$(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{199}$$

- ۱۹۹ (۴○) ۱۹۹ (۳○) -۱۰۲ (۲○) ۱ (۱○)

۱۳ مجموع ۱۰ عدد صحیح متولی صفر شده است. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد به ترتیب کدام است؟

- ۵۱ و +۵۱ (۲○) -۱۰۱ و ۰ (۱○)
-۵۰ و +۵۰ (۴○) -۲۰۲ و +۲۰۲ (۳○)

۱۴ قرینهٔ ۷ - نسبت به حاصل عبارت $[-(-4 - 1) - 7] - 3$ کدام است؟

- ۲۳ (۴○) +۳۱ (۳○) -۵ (۲○) +۱۹ (۱○)

۱۵ قرینهٔ عددی نسبت به -۲، عدد ۶ است. قرینهٔ آن عدد نسبت به

+۱۲ چند است؟

- ۱۰ (۴○) -۴۴ (۳○) ۹ (۲○) ۳۴ (۱○)

۱۶ میانگین a و b و c عدد صحیح هستند. دو عدد a و b نسبت به c قرینهٔ

یکدیگرند. فاصلهٔ بین دو عدد a و b کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- ۸ (۴○) ۱۷ (۳○) ۲ (۲○) ۴۲ (۱○)

۱۷ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(11 + 13 + 15 + \dots + 101) - (12 + 14 + 16 + \dots + 100)$$

- ۱۴۶ (۴○) -۴۵ (۳○) -۴۶ (۲○) ۵۶ (۱○)

۱۸ میانگین چهار عدد -۸ شده است. چه عددی به آنها اضافه کنیم تا

میانگین ۱۰ واحد بیشتر شود؟

- ۸۲ (۴○) ۴۲ (۳○) ۴۰ (۲○) -۲۲ (۱○)

۱۹ حاصل عبارت $((4 - 4) - 8 - 6 - 6) - 10 - 1$ کدام است؟

- ۴۱ (۴○) ۵۷ (۳○) ۲۰ (۲○) -۳۹ (۱○)

۲۰ قرینهٔ عدد -۹ - چند واحد از حاصل عبارت $(+7) - 11 -$

کوچک‌تر است؟

- ۱۳ (۴○) ۲۷ (۳○) ۱۸ (۲○) ۹ (۱○)

۲۱ در عبارت $-2 - 6 \square - 5 \square$ - ۵ اگر داخل مربع‌ها علامت +

یا - قرار دهیم، بیشترین حاصل چقدر می‌تواند باشد؟

- ۱۳ (۴○) ۲۳ (۳○) ۱۸ (۲○) -۱۳ (۱○)

۲۲ اگر $\frac{\square}{2}$ عددی صحیح و $8 < \frac{\square}{2} + 4$ باشد، درون \square کدام

دسته از اعداد زیر می‌تواند قرار بگیرد؟

$$-6, -4, -2, \dots, 6$$

$$-24, -22, -20, \dots, 8$$

$$-22, -20, -18, \dots, 6$$

$$-12, -11, -10, \dots, 7$$

۲۳ حاصل جمع دو عدد صحیح -۹ است. بیشترین حاصل ضرب این

دو عدد کدام است؟

- +۲۰ (۲○) +۸۱ (۱○)

۲۴ (۴○) قابل محاسبه نیست.

- ۳ (۳○) صفر

۲۵ کوچک‌ترین عدد صحیح که به جای x می‌توان نوشت تا مقدار

$$\frac{18}{x-2}$$
 یک عدد صحیح شود، کدام است؟

- ۷ (۴○) -۱۳ (۳○) -۱۶ (۲○) -۳۴ (۱○)

۲۶ به جای a چند عدد صحیح می‌توان قرار داد تا حاصل $\frac{294+a^2}{a}$

یک عدد صحیح شود؟ ($a \neq 0$)

- ۴ (۴○) بی‌شمار ۸ (۳○) ۱۲ (۲○) ۲۴ (۱○)

۲۷ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$-2(-5) - (-9 + 1) \div (-2)^2 - 4^2$$

- +۴ (۴○) -۴ (۳○) -۸ (۲○) ۲۸ (۱○)

۷) گزینهٔ «۱»؛ ابتدا عبارت $\frac{294+a^2}{a}$ را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{294+a^2}{a} = \frac{294}{a} + \frac{a^2}{a} = \frac{294}{a} + a$$

برای اینکه حاصل این عبارت صحیح شود، کافی است عدد a شمارندهٔ ۲۹۴ باشد تا حاصل کسر عدد صحیح شود؛ پس تعداد شمارنده‌های

صحیح ۲۹۴ را به دست می‌آوریم:

۲۹۴: شمارنده‌های ۱، ۲، ۳، ۶، ۷، ۱۴، ۲۱، ۴۲، ۴۹، ۹۸، ۱۴۷، ۲۹۴

$\Rightarrow 12$ = تعداد شمارنده‌های مثبت

۸) ۲۹۴ بر ۱۲ عدد صحیح مثبت و بر ۱۲ عدد صحیح منفی بخش‌پذیر است، پس کلّاً ۲۴ عدد صحیح را می‌توان به جای a قرار داد.

۸) گزینهٔ «۳»

$$-2(-5) - (-9+1) \div (-2)^2 - 4^2 = 10 - (-8) \div 4 - 16 \\ = 10 + 8 \div 4 - 16 = 10 + 2 - 16 = -4$$

۹) گزینهٔ «۲»

$$3 - 5[-2 - 4(-1-2)^2 \div 2] - 2 \times 3^2 = 3 - 5[-2 - 4(-3)^2 \div 2] - 2 \times 9 \\ = 3 - 5[-2 - 4 \times 9 \div 2] - 18 = 3 - 5[-2 - 36 \div 2] - 18 \\ = 3 - 5[-2 - 18] - 18 = 3 - 5(-20) - 18 = 3 + 100 - 18 = 85$$

۱۰) گزینهٔ «۴»

$$(-4 \div 2) - (-6 \div 3) - (-8 \div 4) - \dots - (-100 \div 50) \\ = -2\underbrace{(-2) - (-2) - (-2) - \dots - (-2)}_{\text{تا ۴۸}} \\ = -2 + 2 + 2 + 2 + \dots + 2 = -2 + 96 = 94$$

۱۱) گزینهٔ «۲»

$$(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{99} = -1 + 1 - 1 + 1 - \dots - 1 \\ = 100 \times (-1) + 99 \times (+1) = -100 + 99 = -1$$

در توان‌های زوج حاصل $+1$ و در توان‌های فرد حاصل -1 شده است. از ۱ تا ۱۰۰ عدد فرد و ۹۹ عدد زوج داریم.

۱۲) گزینهٔ «۴»

$$(-50) + (-49) + (-48) + \dots + (+49) + (+50) = 0$$

در این جمع، اعداد $+1$ تا $+50$ و -1 تا -50 - قرینهٔ هم‌دیگر هستند، پس حاصل جمع آنها صفر می‌شود. همچنین تعداد آنها ۱۰۱ عدد است (۵۰ تا عدد مثبت، ۵۰ تا عدد منفی و عدد صفر).

۱۳) گزینهٔ «۱»

$$-3[-(-4-1)-7] = -3[-(-5)-7] = -3[+5-7] = -3 \times (-2) = +6 \\ +6 = 2 \times (+6) - (-7) = 12 + 7 = 19$$

عددهای صحیح و گویا

فصل اول

۱) گزینهٔ «۴»؛ برای انجام محاسبات، باید از داخلی ترین پرانتز شروع کنیم.

$$10 - 10(\lambda - \lambda - 6(4 - 4)) = 10 - 10(\lambda - \lambda \cancel{- 6}) = 10 - 10(-4) \\ = 10 + 40 = 41.$$

۲) گزینهٔ «۳»

$$\left. \begin{aligned} -(-9) &= -9 \\ -[-11-(+7)] &= -[-18] = 18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 18 - (-9) = 18 + 9 = 27 \\ \Rightarrow -9 = 27$$

۳) گزینهٔ «۴»؛ چون می‌خواهیم حاصل عبارت بیشترین مقدار ممکن باشد، باید تا جایی که ممکن است عددهای منفی را به مثبت تبدیل کنیم:

$$-5 \boxed{-} - 6 \boxed{+} 5 \boxed{-} 7 = -5 + 6 + 5 + 7 = 13$$

۴) گزینهٔ «۳»؛ باید به جای \square اعداد صحیح زوج قرار گیرند تا وقتی تقسیم بر ۲ می‌شوند، حاصل عددی صحیح باشد. با آزمایش کردن اعداد گزینه‌ها می‌توان به جواب رسید. همچنین:

$$\begin{aligned} -8 < \frac{\square}{2} + 4 < 8 &\xrightarrow{\text{جمع طرفین با } -4} -8 - 4 < \frac{\square}{2} + 4 - 4 < 8 - 4 \\ \Rightarrow -12 < \frac{\square}{2} < 4 &\xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } 2} -12 \times 2 < \frac{\square}{2} \times 2 < 4 \times 2 \Rightarrow -24 < \square < 8 \end{aligned}$$

پس \square می‌تواند اعداد صحیح زوج بین ۸ و ۲۴ باشد؛ یعنی عددهای ۶، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۳۴، ۳۶، ۳۸، ۴۰، ۴۲، ۴۴، ۴۶، ۴۸، ۵۰، ۵۲، ۵۴، ۵۶، ۵۸، ۶۰، ۶۲، ۶۴، ۶۶، ۶۸، ۷۰، ۷۲، ۷۴، ۷۶، ۷۸، ۸۰، ۸۲، ۸۴، ۸۶، ۸۸، ۹۰، ۹۲، ۹۴، ۹۶، ۹۸، ۱۰۰ باشند.

۵) گزینهٔ «۲»؛ برای اینکه حاصل ضرب دو عدد بیشترین مقدار باشد، باید آن دو عدد یا با هم مساوی باشند، یا کمترین اختلاف را داشته باشند. همچنین اگر یکی از آن دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد، حاصل ضرب آنها منفی می‌شود و نمی‌تواند بیشترین مقدار باشد. با توجه به این نکات، دو عدد موردنظر -4 و -5 هستند که حاصل ضرب آنها برابر 20 است.

۶) گزینهٔ «۲»؛ هر یک از گزینه‌ها را به جای x قرار می‌دهیم و مقدار کسرها را به دست می‌آوریم.

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \frac{18}{-34-2} = \frac{18}{-36} = -\frac{1}{2}$$

$$2) \frac{18}{-16-2} = \frac{18}{-18} = -1$$

$$3) \frac{18}{-1-2} = \frac{18}{-3} = -6$$

$$4) \frac{18}{-7-2} = \frac{18}{-9} = -2$$

بنابراین هر یک از عددهای -1 و -2 را می‌توان به جای x قرار داد تا مقدار $\frac{18}{x-2}$ عددی صحیح شود. در بین این عددها -1 کوچک‌ترین است.